

文章编号 1004-924X(2006)01-0133-06

光学自由曲面误差评定中匹配方法的研究

杜建军, 高 栋, 孔令豹, 姚英学

(哈尔滨工业大学 深圳研究生院, 广东 深圳 518055)

摘要:研究了光学自由曲面轮廓误差评定中被测曲面和设计曲面的匹配方法。在曲面中心重合和近似法矢重合的基础上,提出了五点预定位法,即先定义曲面中心,然后利用搜索的方法得到相互间距离最大的 4 个角点,通过这 5 个点的匹配实现曲面的预定位。在精调整中,提出了二次优化方法,即综合运用最小二乘法和最小条件原则进行曲面的高精度匹配,并进行了仿真实验。实验结果表明,匹配精度可达纳米级。最后通过一个非球面实测实验,证明了算法的有效性。

关键词:光学自由曲面;曲面匹配;五点预定位;二次优化

中图分类号:TQ171.65 文献标识码:A

Study of matching methods for error evaluation of optical free-form surface

DU Jian-jun, GAO Dong, KONG Ling-bao, YAO Ying-xue

(Shenzhen Graduate School, Harbin Institute of Technology, Shenzhen 518055, China)

Abstract: The matching methods between measuring surface and design surface were studied for the profile error evaluation of free-form surface. Based on the matching together of both center points and normal vectors of measuring surface and design surface, a pre-position method by five feature points including center point and four corner points was put forward to achieve better preliminary matching. The dual optimization method integrating the least square method and the least condition principle was presented for the accurate positioning. The results show that the matching accuracy can achieve the nanometer level. At last, an actual test of aspheric surface proves the validity of methods.

Key words: optical free-form surface; surface matching; pre-position of five feature points; dual optimization

1 引言

自由曲面光学元件已经成为光电产品和光通信产品中的关键部件,然而由于光学自由曲面的几何复杂性和光学特殊性使其加工和检测远比普通光学球面和光学非球面难度大,目前还没有国

际通用的标准或技术来测量和评价光学自由曲面的加工精度,在一定程度上阻碍了光学自由曲面的推广应用^[1,2]。

在自由曲面的误差检测和评定中,设计曲面和实测曲面的匹配是一个很重要的前提,因为曲面的设计坐标系和测量坐标系往往不一致,只有消除了由于基准不统一而导致的系统误差,才能

收稿日期:2005-09-16;修订日期:2005-10-24.

基金项目:哈工大深圳研究生院科学研究基金项目资助。

进行误差评定^[3-5]。目前,关于自由曲面匹配方法的研究虽然也较多^[6-10],但大都不能满足光学自由曲面的精度要求。本文针对这一问题进行了高精度匹配方法的研究,为光学自由曲面误差评定奠定了良好基础。

2 自由曲面匹配

利用测量的离散数据点进行自由曲面的匹配,旨在寻找实测坐标点和设计坐标点之间的转换矩阵 \mathbf{T} ,使实测曲面和设计曲面贴合,消除系统性误差。例如,可以构造如式(1)所示的目标函数,它表示两组数据点集之间距离的平方和,使目标函数取得最小值时就达到了匹配。

$$F = \sum_{j=1}^m |TQ_j - P_j|^2 = \sum_{j=1}^m |P_j' - P_j|^2, \quad (1)$$

式中 $Q_j = [X_j, Y_j, Z_j, 1]^T$, 实测数据点坐标;

$P_j' = [x_j', y_j', z_j', 1]^T$, $P_j' = TQ_j$, 经过转换后的实测点坐标;

$P_j = [x_j, y_j, z_j, 1]^T$, 设计数据点的坐标, 定义为设计曲面上距离 P_j' 最近的点(投影点);

\mathbf{T} —变换矩阵, 定义为:

$$\mathbf{T} = \begin{bmatrix} c\beta c\gamma & \text{sos } \beta c\gamma - \text{cos } \gamma & \text{cos } \beta c\gamma + \text{soc } \gamma & t_x \\ c\beta s\gamma & \text{sos } \beta s\gamma + \text{coc } \gamma & \text{cos } \beta s\gamma - \text{soc } \gamma & t_y \\ -s\beta & \text{soc } \beta & \text{coc } \beta & t_z \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad (2)$$

上式中, $c = \cos$, $s = \sin$, \mathbf{T} 包含 6 个变量 t_x 、 t_y 、 t_z 、 α 、 β 、 γ , 分别为沿 X 轴、 Y 轴、 Z 轴的平移量和旋转量。由于实测曲面和设计曲面的初始位置相差较大, 所以转换矩阵 \mathbf{T} 的求取不可能一次求得, 须采用分步多级匹配法来完成匹配过程。本文首先提出了五点预定位法, 进行预定位; 然后针对光学自由曲面精度要求很高的特点, 提出了融合最小二乘法和最小条件原则的二次优化的精调整算法。

3 分布多级匹配法

3.1 五点预定位法

预定位是为了使得实测曲面与设计曲面在空间保持大致相同的位置与姿态, 通过简单的操作为后续精调整作好准备工作, 提高曲面精调整的

精度与效率, 是曲面匹配过程不可缺少的一步。

本文提出了五点预定位法。首先做两个定义:

(1) 曲面重心 定义为表示曲面空间位置的点矢量, 以 \mathbf{G} 表示

$$\mathbf{G}(x_G, y_G, z_G) = \sum_{i=1}^n \alpha_i (x_i, y_i, z_i), \quad (3)$$

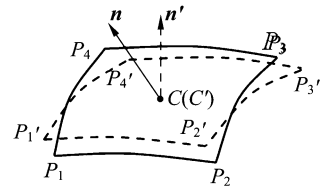
式中: x_G, y_G, z_G —曲面重心坐标;

x_i, y_i, z_i —曲面上坐标点;

α_i —加权系数, 如果坐标点分布均匀, 可取 $\alpha_i = 1/n$; 对于理论曲面, 满足 $\sum \alpha_i = 1$

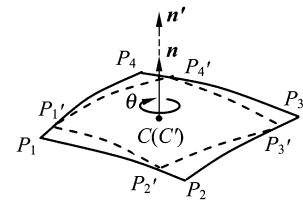
(2) 五特征点 包括曲面中心点和四个角点。

曲面中心: 曲面上距离曲面重心的最近点, 以 C 表示。



(a) 近似法矢不重合

(a) Approximate normal vectors being not coincident



(b) 近似法矢重合

(b) Approximate normal vectors being coincident

图 1 实测曲面和设计曲面的两种姿态

Fig. 1 Two kinds of poses between measuring surface and design surface

四角点: 利用搜索法, 首先搜索到曲面上距离中心最远点为 P_1 , 距离 P_1 点最远的点为 P_3 , 到 P_1, P_3 距离和最大的点为 P_2 , 距离 P_2 点最远点为 P_4 , 则 P_1, P_2, P_3, P_4 构成曲面的四角点, 如图 1 所示(图中, C 表示设计曲面中心, C' 表示被测曲面中心, 其余同理)。

文献[6]提出, 采用曲面的中心重合和近似法矢重合的方法完成预定位, 即首先令实测曲面的中心 C' 和设计曲面中心 C 重合, 然后令实测曲面的近似法矢 n' 和设计曲面的近似法矢 n 重合, 使

实测曲面和设计曲面基本重合,如图 1 所示,其中近似法矢定义如下:

$$\mathbf{n} = (\overrightarrow{P_1P_3} \times \overrightarrow{P_2P_4}) / |\overrightarrow{P_1P_3} \times \overrightarrow{P_2P_4}|, \quad (4)$$

但是,当实测曲面和设计曲面绕近似法矢有转角时,如图 1(b)所示,近似法矢重合的方法不能实现准确的预定位。

本文针对这种情况,进一步提出了五点预定位法,即在曲面中心和近似法矢重合的基础上,以过中心点 $C(C')$ 的矢量 $\mathbf{n}(\mathbf{n}')$ 为旋转轴,令实测曲面绕 $\mathbf{n}(\mathbf{n}')$ 的转角 θ 在 $0 \sim 360^\circ$ 的范围内作优化,优化的目标函数是实测曲面的五个特征点到设计曲面的五个特征点距离平方和 f ,令 f 最小即可达到实测曲面和设计曲面的预定位,即:

$$f(\theta) = \min \sum_{i=0}^4 |P_i P_i'| = \min \sum_{i=0}^4 \sqrt{(x_i - x_i')^2 + (y_i - y_i')^2 + (z_i - z_i')^2}, \quad (5)$$

式中: $P_i'(x_i', y_i', z_i')$ —实测曲面的五个特征点;

$P_i(x_i, y_i, z_i)$ —设计表面上的五个特征点;

3.2 融合最小二乘法和最小条件原则的二次优化精调整方法

文献[8]提出了基于最小二乘原理的精调整方法,即令被测曲面的所有点到设计曲面的距离平方和作为目标函数(使其最小),来调整被测曲面的位置和姿态,精度不能达到很高。

文献[6]按照最小条件原则进行匹配,即计算每个实测数据点到设计曲面的距离,取其中的最大值作为目标函数(通过调整被测曲面的位置和姿态使目标函数最小),精度较高。

上述两种精匹配的目标函数不同,导致优化时搜索的方向不同;另外,由于非线性优化对初始位置很敏感,所以如果初值不恰当并且只运用以上其中一种方法(导致搜索方向单一),会使优化陷入局部最小,往往满足不了光学自由曲面的高匹配精度要求。

本文综合这两种精调整方法,提出了融合最小二乘法和最小条件原则的算法,运用二次优化方法进行精匹配,具体算法如下。

(1) 在预定位的基础上,首先以最小二乘法进行曲面匹配的精调整,即以式(6)为目标函数:

$$F(t) = \min \sum_{i=0}^n |P_i P_i'| = \min \sum_{i=0}^n \sqrt{(x_i - x_i')^2 + (y_i - y_i')^2 + (z_i - z_i')^2}, \quad (6)$$

式中: $P_i'(x_i', y_i', z_i')$ —实测点坐标;

$P_i(x_i, y_i, z_i)$ — P_i' 在设计表面上的投影点;

n —参与计算的实测点个数;

$t = [t_x, t_y, t_z, \alpha, \beta, \gamma]^T$,为转换矩阵的变量

通过多参数(t 的6个参数)优化,求得转换矩阵 T ,对实测曲面的点进行 T 变换,完成曲面的第一步精调整,保存匹配位置结果。

(2) 以上一步的结果为新的初始位置,再以最小条件原则为目标函数进行进一步的匹配,即:

$$F(t) = \min (|d_i(\max)|), \quad (7)$$

式中 $d_i = \sqrt{(x_i - x_i')^2 + (y_i - y_i')^2 + (z_i - z_i')^2}$,即实测点 $P_i'(x_i', y_i', z_i')$ 到投影点 $P_i(x_i, y_i, z_i)$ 的距离;

$d_i(\max)$ ——最大距离值;

进行多参数优化,完成实测曲面到设计曲面的第二步精调整,保存匹配位置结果。

以向量 t 的模为优化终结的判定依据,即如果 $|t| < \lambda$ (λ 为一给定正小数,例如 $\lambda = 1 \times 10^{-10}$;当然,此时 $F(t)$ 已经满足了小于一定值的条件),则停止优化;否则,以最小条件原则优化后的匹配结果作为最小二乘法优化的初值,开始新一轮的优化。

匹配流程如图 2 所示。

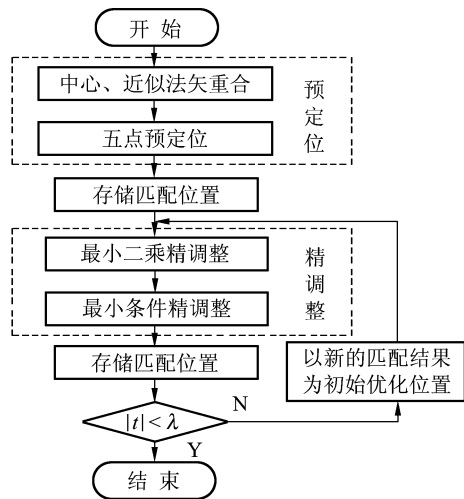


图 2 曲面匹配流程图

Fig. 2 Flow chart of high accurate surface matching

在最小化目标函数时,投影点 P_i 点的求取很关键,因为它关系到匹配的速度、精度,下面介绍一种求解投影点的迭代算法[6]。

如图 3 所示, Q 为曲面 Ψ 外一点, $P_0 = P(u_0,$

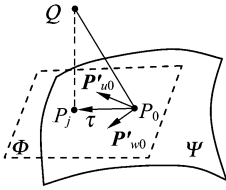


图 3 确定被测点在设计曲面上投影点的迭代法

Fig. 3 Iteration algorithm for getting the projection point of measuring surface on design surface

w_0)是面上的初始迭代点, Φ 是曲面 Ψ 在 P_0 处的切平面, τ 为 P_0Q 在 Φ 上的投影,令

$$P_{u_0}' = \left. \frac{\partial P}{\partial u} \right|_{u=u_0, w=w_0}, P_{w_0}' = \left. \frac{\partial P}{\partial w} \right|_{u=u_0, w=w_0}, \quad (8)$$

根据曲面的基本性质有:

$$\tau = P_{u_0}' \Delta u + P_{w_0}' \Delta w, \quad (9)$$

由向量相等的条件(模与方向均相等)通过式(9)可求出 $\Delta u, \Delta w$ 。于是, $P_j = P(u_0 + \Delta u, w_0 + \Delta w)$ 作为新的迭代点。

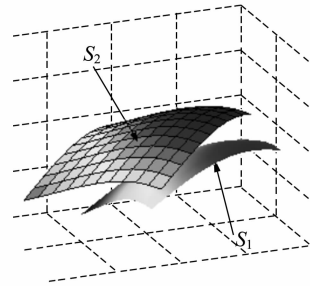
重复多次,当 $|P_{j+1} - P_j| \leq \epsilon$ (ϵ 为指定容差)时即可认为得到了所求的投影点。在上述过程中,如果达到了曲面的边界,则迭代停止,曲面边界上的点即为所求的投影点。

4 实验研究

构造一张均匀双三次 B 样条曲面作为理论曲面 S_1 ,通过加入系统误差 $\text{Err}(t_x, t_y, t_z, \alpha, \beta, \gamma) = \text{Err}(0.1, 0.1, 0.5, 0.1, 0.2, 0.3)$ 后,得到实测曲面 S_2 ,如图 4a)所示。由于实测曲面和设计曲面只有系统误差,所以理论上匹配后误差应该为零,但由于计算误差的存在,实际很难达到。

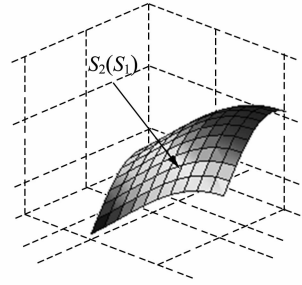
运用本文算法对这两个曲面进行匹配,结果如图 4b)所示。从图中可以看出,设计曲面与实测曲面重合的很好。计算对应点距离 d_i ($i=1, 2, \dots, n$),测试点个数 n 取 100,有 $d_{\max} = 9.2 \times 10^{-7}$,若以 mm 为单位,则匹配精度可达纳米级别;而单独运用最小二乘法或者最小条件原则只能达到十几或数十纳米。

以上结果是因为在高精度的匹配过程中,当实测曲面和设计曲面的位置和姿态相差很小时,由于搜索目标函数的单一性,很容易使优化陷入局部最小。而综合运用最小二乘法和最小条件原则,就可以使优化向更多的方向进行,避免陷入局



(a)设计曲面与加入系统误差后的曲面

(a) Design surface and surface with systematic error



(b)匹配后结果

(b) Results after matching

图 4 匹配效果演示图

Fig. 4 Diagram of matching results

部最小,从而可以进一步提高匹配的精度。

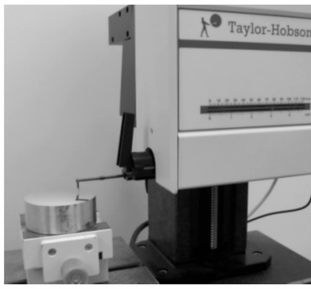
最后,实测了一个非球面零件并且利用本文算法进行匹配和误差评定。工件由 Nanoform 200 超精密车床加工,利用香港理工大学先进光学制造中心的 Form Talysurf 轮廓仪进行测量,如图 5(a)所示;测量路径如图 5(b)所示。非球面设计方程为:

$$Z = \frac{0.026\ 567 \times (x^2 + y^2)}{1 + \sqrt{1 - 0.000\ 958\ 45 \times (x^2 + y^2)}}, \quad (10)$$

利用本文的算法,对测量得到的数据点与设计非球面进行匹配后,得到面轮廓度(即正向最大偏差和负向最大偏差的绝对值和)为 $0.572\ \mu\text{m}$ 。

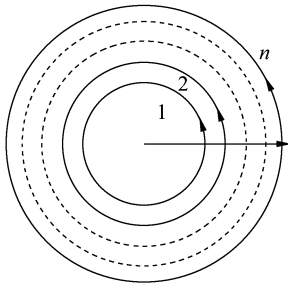
利用 Form Talysurf 测量仪本身自带的非球面误差评定软件,用过中心轴线的一条横截面轮廓线来评定其误差(非球面关于中心轴对称),测得结果如图 6 所示,面轮廓度为 $0.415\ 0\ \mu\text{m}$ 。

本文算法评定结果和 Talysurf 的评定结果基本相同,证明了本文算法的正确性。



(a) Talysurf 测量仪和工件

(a) Talysurf measuring apparatus and workpiece



(b) 测量路径

(b) Measuring path

图 5 误差测量示意图

Fig. 5 Diagram of error measurement

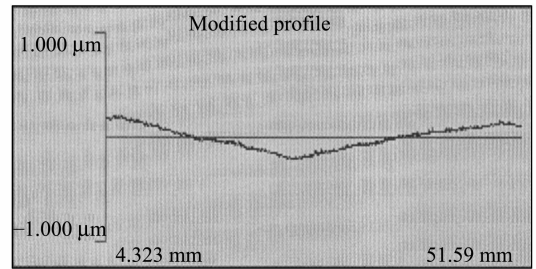


图 6 利用 Talysurf 得到的误差评定结果

Fig. 6 Results of error evaluation by Talysurf

5 结 论

通过本文提出的算法,可以实现光学自由曲面的高精度匹配,为后续的误差评定奠定了坚实的基础。主要有以下几方面的结论:

(1)提出了五点预定位法,使被测曲面和设计曲面能够基本重合,保证精调整的顺利进行。

(2)提出了融合最小二乘法和最小条件原则的精调整方法,进行二次优化,保证匹配的高精度性能。

(3)通过仿真实验和一个非球面实测,实验证明了本文匹配算法的有效性,能达到很高的精度。

参考文献:

- [1] 李剑, 王文, 陈子辰. 自由曲面测量若干关键问题的研究[J]. 机械科学与技术, 2001, 20(5):764-766.
LI J, WANG W, CHEN Z CH. Study on some key issues in the measurement of free-form surface[J]. *Mechanical Science and Technology*, 2001, 20(5):764-766. (in Chinese)
- [2] 李全胜, 成晔, 张伯鹏. 光学自由曲面计算机控制加工中的形面检测研究[J]. 光学精密工程, 1999, 7(3):89-96.
LI Q S, CHENG Y, ZHANG B P. Study on profile measuring in computer controlled fabrication of optical free-form surface[J]. *Optics and Precision Engineering*, 1999, 7(3):89-96. (in Chinese)
- [3] LI Y D. Free-form surface inspection techniques state of the art review[J]. *Computer Aided Design*, 2004, 36(13):1395-1417.
- [4] BRUNNSTROM K, STODDART A J. Genetic algorithms for free-form surface matching[J]. *Pattern Recognition*, 1996, 4(4):689-693.
- [5] MA W Y, ZHAO N L. Catmull-Clark surface fitting for reverse engineering applications[J]. *Geometric Modeling and Processing*, 2000, 3(3):273-283.
- [6] 于源, 卢军, 王小椿. 自由曲面测量中曲面匹配的建模及算法分析[J]. 机械科学与技术, 2001, 20(3), 467-469.
YU Y, LU J, WANG X CH. Modeling and algorithm analysis of surface match for inspection of free-form surface [J]. *Mechanical Science and Technology*, 2001, 20(3): 467-469. (in Chinese)
- [7] YAHIA H M, HUOT E G, HERLIN I L, et al. Geodesic distance evolution of surfaces: a new method for matching surfaces[J]. *Computer Vision and Pattern Recognition*, 2000, 1(1):663-668.

- [8] 高国军. 检验自由曲面时精定位方法的研究[J]. 机械科学与技术, 1997, 16(1): 140-143.
GAO G J. Study on accuracy positioning methods for inspection of free-form surface[J]. *Mechanical Science and Technology*, 1997, 16(1):140-143. (in Chinese)
- [9] ZHANG D M, HEBERT M. Harmonic maps and their applications in surface matching[J]. *Computer Vision and Pattern Recognition*, 1999, 2(5):530.
- [10] 苑国英, 冯文澜, 邱志慧. 在坐标测量机上检测复杂曲面形状误差的理论与方法研究[J]. 工程设计, 2000, 4: 75-77.
YUAN G Y, FENG W L, QIU ZH H. The theory and method of measuring geometrical errors of complex surface on CMMs[J]. *Engineering Design*, 2000, 4:75-77. (in Chinese)

作者简介:杜建军(1974—),男,内蒙古人,哈尔滨工业大学深圳研究生院教师,博士,从事光学超精密加工与检测,2004年赴香港理工大学从事光学自由曲面超精密加工与检测研究。(Email: jjdu@hit.edu.cn)